Série 9 du 29 avril 2022

Chapitre 10 + Chapitre 11

10.5.3 Accéléromètre à force d'Archimède

On considère un flotteur flottant dans un récipient complètement rempli de liquide. Le flotteur est attaché au fond du récipient par un fil (fig. 10.3). Le récipient se déplace par rapport au sol avec une accélération constante $\boldsymbol{a}$. On suppose que le liquide et le flotteur sont au repos par rapport au récipient. La densité de masse m' du flotteur est inférieure à la densité de masse m du liquide, i.e. $m' < m$.

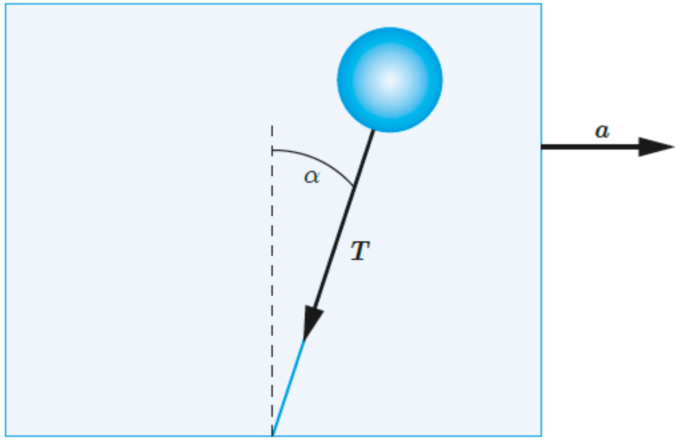

Fig. 10.3 Un accéléromètre est constitué d'un récipient rempli de liquide et d'un flotteur attaché au fond du récipient. Le récipient se déplace avec une accélération constante et le flotteur s'incline vers l'avant dans la direction de l'accélération.

Montrer que

$$\boldsymbol{T} = -m'V_{\text{int}}\,(\boldsymbol{g} - \boldsymbol{a}) - \boldsymbol{F}_A = (m - m')\,V_{\text{int}}\,(\boldsymbol{g} - \boldsymbol{a}) \tag{10.158}$$

10.6 Profil de température de l'atmosphère terrestre

Modéliser le profile de température $T(z)$ de l'atmosphère terrestre comme fonction de la hauteur z. Ignorer les vents, les nuages et de nombreux effets dus à la présence d'humidité et traiter l'air comme un gaz parfait. Supposer que l'atmosphère terrestre atteint un état d'équilibre principalement dû au transfert de matière. Supposer que le déplacement d'une masse d'air vers le haut ou vers le bas est un processus adiabatique parce que la conductivité de l'air est faible.

1) Montrer que,
$$T(z) = T_0 - \frac{g}{c_p^*}\, z$$
où c_p^* est la chaleur spécifique par unité de masse à pression constante.

2) Déduire du profile de température $T(z)$, le profil de pression $p(z)$ et le profil de densité de masse $m(z)$ de l'atmosphère terrestre,
$$p(z) = p_0 \left(\frac{T(z)}{T_0}\right)^{c+1} \qquad \text{et} \qquad m(z) = m_0 \left(\frac{T(z)}{T_0}\right)^{c}$$
où c est défini en (5.60).

11.2 Déphasage thermique

Un long fil de cuivre de diffusivité thermique λ est chauffé à une extrémité par une flamme passant périodiquement l'extrémité du fil alors que l'autre extrémité est située si loin de la flamme qu'elle reste à température ambiante T_0. On considère le fil comme un système unidimensionnel avec une variation périodique de température d'amplitude ΔT en $x = 0$. La température à l'extrémité chaude s'écrit,

$$T\left(0, t\right) = T_0 + \Delta T \cos\left(\omega t\right)$$

où x est la coordonnée spatiale le long du fil. Dès que le fil a atteint un régime où chaque point du fil a une variation périodique de température, montrer que le profile de température est donné par,

$$T\left(x, t\right) = T_0 + \Delta T \exp\left(-\frac{x}{d}\right) \cos\left(\omega\, t - \frac{x}{d}\right) \qquad \text{où} \qquad d = \sqrt{\frac{2\lambda}{\omega}}$$

L'oscillation de la température en position x est déphasée d'un angle $-\,x/d$ par rapport à l'oscillation en position $x = 0$. L'amplitude d'oscillation est atténue d'un facteur $\exp\left(-\,x/d\right)$. Cet exercice est analogue à l'isolation thermique d'un bâtiment soumis à une puisssance thermique périodique (sect. 3.10).

11.3 Equation de la chaleur avec une source de chaleur

L'équation de diffusion de la chaleur a été établie en sect. 11.4.2, en absence de terme de source. Montrer que pour un conducteur électrique en présence d'une densité de courant électrique conductif $\boldsymbol{j}_q = q_e\,\boldsymbol{j}_e$, l'équation de la chaleur devient,

$$\partial_t T = \lambda\,\boldsymbol{\nabla}^2 T - \frac{\tau}{c}\,\boldsymbol{j}_q \cdot \boldsymbol{\nabla} T + \frac{\boldsymbol{j}_q^2}{\sigma\,c}$$

où λ est la diffusivité thermique, σ est la conductivité électrique, τ est le coefficient de Thomson du conducteur électrique et c est la densité de chaleur spécifique des électrons de conduction.

11.4 Effet Joule dans un fil

Etablir le profil de température d'un fil de longueur L et de rayon r parcouru par un courant électrique I, de la gauche vers la droite, qui provoque l'échauffement du fil. Le fil a une conductivité électrique σ et une conductivité thermique κ. La chaleur se propage le long du fil jusqu'à son extrémité sans qu'il ait de dissipation par sa surface latérale. L'effet Thomson est négligeable par rapport à l'effet Joule. Les extrémités gauche et droite sont maintenues à la température constante T_0. Déterminer le profil de température $T(x)$ le long du fil lorsqu'il a atteint un état stationnaire.